Contents

Dimensieloze componenten

1 Het dimensieloos maken van de componenten

Zonder het te beseffen is onze wiskunde opleiding volledig gebaseerd op het manipuleren van dimensieloze elementen. Bijvoorbeeld in de algebraïsche functie $y = ax + b$ is zowel x en y maar ook a en b abstracte dimensieloze getallen. Of we hier spreken over appelen of citroenen weten we niet.
De industrie kent alleen maar elementen die een dimensie hebben, zoals kracht, energie, tijd, kilogrammen en in de elektronica voornamelijk Volt, Ampères, Ohm, Henry, Farad en Tijd of Frequentie.
Het kost heel wat moeite om pas afgestudeerde leerlingen om te vormen tot denkers in termen van spanning of stroom in functie van tijd of frequenties. Meer nog, weinigen zien het dimensie verband tussen Henry, Farad en Ohm. Nochtans hebben we gezien dat $R = \frac{[V]}{[I]} = [\Omega]$ en $L = \frac{V.dt}{dI} = \frac{[V].[T]}{[I]} = [\Omega].[T] = [H]$ of nog anders uitgedrukt de impedantie $L.\varpi = [\Omega]$ heeft dus de dimensies van weerstand, en dus $L = \frac{[\Omega]}{\omega} = \frac{[\Omega]}{[Rad/S]} = [\Omega].[T] = [H]$. Zo ook is $C = \int \frac{dQ}{V} = \frac{[A].[T]}{[V]} = \frac{[T]}{[\Omega]} = [F]$ of nog anders uitgedrukt, de impedantie $\frac{1}{C.\omega} = [\Omega]$ en dus is

$$C = \frac{1}{[Rad/S].[\Omega]} = \frac{[T]}{[\Omega]} = [F]$$

De verzoening tussen wiskunde en natuurkunde (elektronica) ligt juist in de transformatie van dimensieloze uitdrukkingen in zichtbare betekenisvolle elementen zoals spoelen weerstanden en capaciteiten, en ook omgekeerd.
Tot hiertoe heb ik alle componenten uitgedrukt in Ohm $[\Omega]$, picofarad $[pF]$ of microhenry $[uH]$ en frequentie in megahertz $[MHz]$ Maar wens ik deze componenten dimensie loos te maken dan moet ik deze elementen delen door hun eenheid. Bijvoorbeeld als $R = \frac{V}{I} = \frac{V.V}{V.I} = \frac{V^2}{P}$ dan is $\frac{R.P}{V^2}$ een

dimensie loos getal. Noemen we dit dimensie loos getal toch R_{LN} (genormaliseerde weerstand) dan is $R_L = R_{LN}.\frac{V^2}{P}$

Zo ook weten we dat $X_{Ls} = \omega.L_s$ een impedantie is die de dimensie van $[\Omega]$ heeft. Als we $L_{sN} = \frac{X_{Ls}}{\omega}$ dimensie loos houden dan moeten we om L_s terug te vinden deze dimensieloze waarde vermenigvuldigen met $\frac{V_{cc}^2}{P}.\frac{1}{\omega} = \frac{[\Omega]}{[Rad/S]} = [H]$

Dezelfde redenering voor $X_{cs} = \frac{1}{\omega.C_s}$ maar hier is dus $\omega.C_s = \frac{1}{X_{cs}} = \frac{1}{[\Omega]}$. Indien we dus C_{sN} dimensie loos maken dan moeten we om C_s terug te vinden deze dimensieloze waarde vermenigvuldigen met $\frac{P}{V_{cc}^2}.\frac{1}{\omega} = \frac{1}{[R]ad/S.[\Omega]} = [F]$

We proberen alles te dimensioneren in functie van Q_L en alles wordt uitgerekend met $\varpi = 2.\pi.f = 1, P = 1, V_{cc} = 1, Q_L = 3...100$

Met $V_{cc} = 1$ en $P = 1$ wordt de berekening van R_{LN} als volgt berekend:

Normaal is $R_L = 2.\sin^2(\varphi).f(Q).\frac{V_{cc}^2}{P}$ en ingevuld met $V_{cc} = 1$ en $P = 1$ volgt dat $R_{LN} = 2.\sin^2(\varphi).f(Q).\frac{1}{1}$

Om R_L terug te vinden eens dat R_{LN} gevonden is eenvoudig

$$\boxed{R_L = R_{LN}.\frac{V_{cc}^2}{P}}$$

Voorbeeld voor $P = 2W$ en $V_{cc} = 9V$ dan is $R_{LN} = 2.\sin^2(\varphi).f(Q). = 0.567x0.955 = 0.55092$ en $R_L = R_{LN}.\frac{V_{cc}^2}{P} = 0.55092x\frac{9^2}{2} = 22.3125\Omega$

Voor de overgang van $L_{SN}, C_{SN,} C_{PN}$ moet ook nog rekening gehouden worden met de frequentie. De omvorming is eenvoudig als volgt:

$$\boxed{L_S = L_{SN}.\frac{V_{cc}^2}{P}.\frac{1}{\varpi}}$$

En zo ook

$$\boxed{C_S = C_{SN}.\frac{P}{V_{cc}^2}.\frac{1}{\varpi}}$$

$$C_P = C_{PN} \cdot \frac{P}{V_{cc}^2} \cdot \frac{1}{\omega}$$

Noteer ook dat $p = C_{PN}.R_{LN}$ en $q = \left(L_{SN} - \frac{1}{C_{SN}} \right) . \frac{1}{R_{LN}}$

Vermits $\frac{1}{C_s.\omega.R_L} = (Q_L - q)$ is $C_{SN} = \frac{1}{(Q_L - q).R_{LN}}$

Vermits $\frac{L_S.\omega}{R_L} = Q_L$ is $L_{SN} = Q_L.R_{LN}$

Indien we de componenten normaliseren door $V_{cc} = 1$, $\omega = 2.\pi.f = 1$ en $P = 1$ te stellen maar Q_l vrij kiezen, dan wordt

$$R_{LN} = \frac{1.3410.V_{cc}^{\ 2}}{P.(1+q^2)} = \frac{1.3410}{1+q^2}$$

$$L_N = Q_L.R_{LN}$$

$$C_{sN} = \frac{1}{(Q_L - q).R_{LN}}$$

$$C_{pN} = \frac{p}{R_{LN}}$$

Noteer ook dat we hiermee kunnen afleiden dat

$$p = C_{PN}.R_{LN}$$

En

$$q = \left(L_{SN} - \frac{1}{C_{SN}} \right) . \frac{1}{R_{LN}}$$

Een kleine oefening om dit duidelijk te maken. Veronderstel dat we volgende gegevens hebben ingevuld en de volgende resultaten bekomen voor de genormaliseerde waarden.

ω	V_{cc}	P	Q_1		C_{pN}	C_{sN}	L_{sN}	R_{dcN}	R_{LN}
1	1	1	10		0.361	0.2105	5.497	1	0.5514

Dan is voor andere frequenties en voedingsspanning en vermogen maar dezelfde Q_1 de volgende waarden direct uit te rekenen met de hierboven aangehaalde formules.

ω=2πf	V_{cc}	P	Q_1		C_p	C_s	L_s	R_{dc}	R
10 Mhz	10V	2W	10		115pf	67pf	4.37uH	50 Ω	27.57Ω
50Mhz	9V	2W	10		28.4pf	16.54pf	0.71 uH	40.5 Ω	22.33Ω

Enzovoort.

Immers voor $\omega = 2.\pi.f = 10Mhz$ wordt $R_L = R_{LN}.\frac{V_{cc}^2}{P} = 0.5514.\frac{10^2}{2} = 27.57\Omega$

En $L_S = L_{SN}.\frac{V_{cc}^2}{P}.\frac{1}{\varpi} = 5.497.\frac{10^2}{2}.\frac{1}{2.\pi.10.10^6} = 4.37.10^{-6}H$

En $C_S = C_{SN}.\frac{P}{V_{cc}^2}.\frac{1}{\varpi} = 0.2105.\frac{2}{10^2}.\frac{1}{2.\pi.10.10^6} = 67.10^{-12}F$ enz....

Het komt er dus op neer dat alles voor de berekeningen kan uitgedrukt worden in functie van Q_L of Q_1. Hiermee bekomen we de genormaliseerde waarden voor X_{cp} ,Xc_S ,X_{Ls} en R en met de hierboven aangehaalde formules bepalen we dan de componenten van het circuit voor gelijk welke frequentie, vermogen of/en voedingsspanning.

2 Voordelen van het dimensieloos maken van de componenten

Soms is het raadzaam, en voornamelijk om iets grafisch weer te geven, dat de grootte van mijn figuur altijd dezelfde is, en mits een schaalaanpassing men diezelfde figuur kan blijven gebruiken. Men moet inzien dat het een onbegonnen zaak is om twee figuren te vergelijken die bijvoorbeeld met een factor 100 verschillen, zoals bijvoorbeeld een zender die een vermogen heeft van 1 W met een zender die 100W uitstraalt. Een van deze twee figuren is hopeloos te klein of te groot ten overstaan van de andere. Zo ook met de frequentie. Het frequentie beeld van een zender die uitzendt op 1Mhz ten overstaan van een zender op 100Mhz geeft een beeld weer waar ofwel slechts 1 frequentie is op afgebeeld of anders 100 slingeringen op diezelfde figuur, wat een hopeloos onoverzichtelijke indruk achterlaat. Maar meer nog zijn de beperkingen van het medium. Een grafische afbeelding is weergegeven in een aantal pixels per breedte van het scherm of het papier waarop het wordt afgedrukt. Dit getal is beperkt, en daardoor kan het geen duidelijke weergave blijven geven. Maar ook de berekeningen hetzij van EXCEL programma of je rekenmachientje heeft een grens. En de afrondingsfouten beginnen aanmerkelijk groter te worden als de getallen zeer klein of zeer groot worden. Steeds werken met getallen met exponenten in de orde van 10^{-12} om bijvoorbeeld picofarad aan te duiden, of 10^8 om 100 MHz aan te duiden geeft dikwijls een onhebbelijk gevoel van moeilijke berekeningen. Daarom wordt er dikwijls overgegaan tot, wat men noemt, normalisatie. Ook in Visual Basic programma's krijgen we moeilijkheden om een zeer duidelijke grafiek weer te geven.

Willen we dit toepassen op onze zender en alles willen herleiden tot

$V_{cc} = 1V$

$P = 1W$

$\omega_0 = 1[rad/s]$ ofwel $f_0 = \frac{\omega_o}{2.\pi} = \frac{1}{2.\pi} = 0.159155[Hz]$

Maar Q_L wat reeds een dimensie loos getal is, blijft een vrij te kiezen parameter.

Dan wordt $R_{dc} = 1.\frac{V_{cc}^2}{P}$

En $R = \frac{R_{dc}}{a}$ noteer dat voor $Q_1 = 10$ is $\frac{1}{a} = 0.5514$

en $X_{cp} = \frac{1}{\omega.C_p} \Rightarrow \frac{\omega.V_{cc}^2}{\omega_0.C_p.P}$

Noteer echter dat PSPICE niet erg goed werkt indien deze genormaliseerde waarden worden ingevuld. Dit komt omdat PSPICE altijd begint vanaf DC instellingen op het tijdstip $t = 0$, zodat de berekeningen minstens over 1000 seconden moeten uitgerekend worden vooraleer men in regime toestand zit, en ook omdat PSPICE ervan uitgaat dat de gebruikte componenten zoals een switch of een FET transistor, niet genormaliseerd zijn. Daarom moet men als men PSPICE gebruikt eerst de componenten terug omrekenen naar normale bruikbare waarden, zoals $V_{cc} = 10V$ en $\omega.T = 100ns$.

3 Voor filter schakelingen in het algemeen.

In het algemeen is een filter neergeschreven in een genormaliseerde vorm waarin $s = j\omega$ gedeeld wordt door ω_0 zodat $\frac{j\omega}{\omega_0}$ een dimensieloos getal wordt. Als $\omega_0 = 1$ dan wordt $\frac{j\omega}{\omega_0} = j$ een dimensieloze waarde gelijk aan j*1*.

Nu is $\frac{1}{R_0}.\frac{1}{C_0} = \omega_0$ of $R_0.C_0.\omega_0 = 1$

Kies ik hierin één van de componenten bijvoorbeeld $R_r = 20\ k\Omega$ dan moet $C_0.\omega_0$ Gedeeld worden door *20000* opdat het resultaat hetzelfde zou blijven.

Jan Spaenjers